

X Olimpiada Hondureña de Matemática  
Puerto Cortés, 20 de Octubre de 2012

**Nivel 1**

Código: \_\_\_\_\_

Problema 1 Sabiendo que:

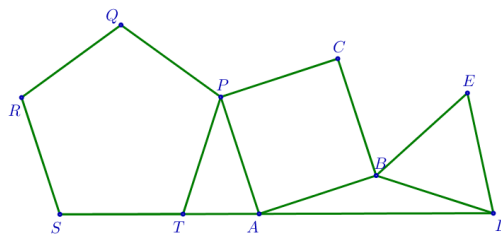
$$\begin{aligned}\clubsuit + \diamond &= \frac{5}{6} \\ \diamond + \diamond &= \frac{2}{3} \\ \diamond + \heartsuit &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

¿Cuál es el resultado de  $\clubsuit + \heartsuit$ ?

Problema 2 Luis pensó un número natural (entero positivo) múltiplo de 5, si le sumaba 1 es múltiplo de 7 y por último si le sumaba 2 es múltiplo de 9. ¿Cuál es el menor número que pensó Luis?

Problema 3 ¿Cuántos números de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos 1,1,2,3,4? (Ejemplos: 1214, 1324, 2341)

Problema 4 Usando fósforos de exactamente la misma medida se construye la figura donde se observa un pentágono regular, un cuadrado y un triángulo equilátero. Determine la medida del ángulo  $QCE$ .



Problema 5 Para corregir la siguiente suma, se permite sustituir solamente un dígito por otro de la siguiente manera, por ejemplo, si se sustituye el 9 por el 5, se deberán reemplazar todos los nueves por cincos. ¿Qué dígitos se deben cambiar?

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 2\ 5\ 8\ 6 \\ +\ 8\ 2\ 9\ 4\ 3\ 0 \\ \hline 1\ 2\ 1\ 2\ 0\ 1\ 6 \end{array}$$

X Olimpiada Hondureña de Matemática  
Puerto Cortés, 20 de Octubre de 2012

**Nivel 2**

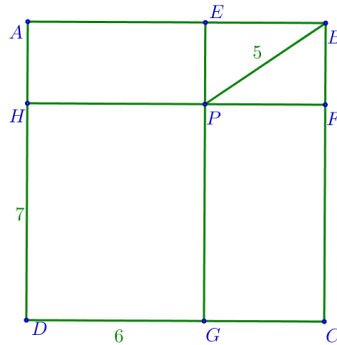
Código: \_\_\_\_\_

Problema 1 ¿Cuántos números de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos del conjunto  $\{1, 1, 1, 2, 3, 4\}$  ?

Problema 2 Para corregir la siguiente suma, se permite sustituir solamente un dígito por otro de la siguiente manera, por ejemplo, si se sustituye el 9 por el 5, se deberán reemplazar todos los nueves por cincos. ¿Qué dígitos se deben cambiar?

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 2\ 5\ 8\ 6 \\ +\ 8\ 2\ 9\ 4\ 3\ 0 \\ \hline 1\ 2\ 1\ 2\ 0\ 1\ 6 \end{array}$$

Problema 3 Dada la siguiente figura, encuentre la longitud del cuadrado  $ABCD$ .



Problema 4 Mario escribió  $2012 = m^m(m^k - k)$ , donde  $m$  y  $k$  son números enteros positivos. ¿Cuál es el valor de  $k$ ?

Problema 5 En el triángulo  $ABC$ , la bisectriz del ángulo  $BAC$  corta el segmento  $BC$  en  $D$ . El triángulo  $ADC$  es isósceles con  $DA = DC$ , se sabe también que  $CD = 36$  y  $BD = 64$ . Encuentre las medidas de los lados del triángulo  $ABC$ .

Problema 6 Un número es *porteño* si es un número natural múltiplo de 3 pero no múltiplo de 9 y además al sumarle el producto de sus dígitos el resultado es múltiplo de 9. Encuentre el menor *porteño* que cumple esta propiedad.

X Olimpiada Hondureña de Matemática  
Puerto Cortés, 20 de Octubre de 2012

**Nivel 3**

Código: \_\_\_\_\_

Problema 1 Sean  $a, b$  números reales que satisfacen:

$$\frac{3a + b}{a - b} = 2$$

Encuentre  $\frac{a^3}{b^3}$ .

Problema 2 En el triángulo  $ABC$ , la bisectriz del ángulo  $BAC$  corta el segmento  $BC$  en  $D$ . El triángulo  $ADC$  es isósceles con  $DA = DC$ , se sabe también que  $CD = 36$  y  $BD = 64$ . Encuentre las medidas de los lados del triángulo  $ABC$ .

Problema 3 ¿Cuántos números de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos del conjunto  $\{1, 1, 1, 2, 2, 3, 4\}$  ?

Problema 4 Encuentre el valor de:

$$\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2012} + \frac{2}{3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2012} + \dots + \frac{2010}{2011 \cdot 2012} + \frac{2011}{2012}$$

Problema 5 Determine todos los pares  $(x, y)$  de enteros que satisfacen:

$$6x^2y^2 - 4y = 2012 - 3x^2$$