DÍA 1

San Pedro Sula, 23 de septiembre de 2014

Problema 1.
Para cada entero positivo n, se define $s(n)$ como la suma de los dígitos de n. Determine el menor entero positivo k tal que

$$s(k) = s(2k) = s(3k) = \cdots = s(2013k) = s(2014k).$$

Problema 2.
Halle todos los polinomios $P(x)$ con coeficientes reales tales que $P(2014) = 1$ y, para algún entero c, se cumple que

$$xP(x - c) = (x - 2014)P(x).$$

Problema 3.
Sobre una circunferencia se marcan 2014 puntos. Sobre cada uno de los segmentos cuyos extremos son dos de los 2014 puntos, se escribe un número real no negativo. Se sabe que para cualquier polígono convexo cuyos vértices son algunos de los 2014 puntos, la suma de los números escritos en sus lados es menor o igual que 1. Determine el máximo valor posible de la suma de todos los números escritos.

Duración de la prueba: 4 horas y media.
Valor de cada problema: 7 puntos.

DIA 1

San Pedro Sula, 23 de setembro de 2014

Problema 1.

Para cada inteiro positivo n, define-se $s(n)$ como a soma dos dígitos de n. Determine o menor inteiro positivo k tal que

$$s(k) = s(2k) = s(3k) = \cdots = s(2013k) = s(2014k).$$

Problema 2.

Ache todos os polinômios $P(x)$ com coeficientes reais tais que $P(2014) = 1$ e, para algum inteiro c, se tem

$$xP(x - c) = (x - 2014)P(x).$$

Problema 3.

Sobre uma circunferência marcam-se 2014 pontos. Sobre cada um dos segmentos cujos extremos são dois dos 2014 pontos escreve-se um número real não negativo. Sabe-se que, para qualquer polígono convexo cujos vértices são alguns dos 2014 pontos, a soma dos números escritos nos seus lados é menor ou igual a 1. Determine o maior valor possível para a soma de todos os números escritos.

Duração da prova: 4 horas e meia.
Valor de cada problema: 7 pontos.

DAY 1

San Pedro Sula, September 23, 2014

Problem 1.

For each positive integer n, define $s(n)$ to be the sum of the digits of n. Determine the smallest positive integer k such that

$$s(k) = s(2k) = s(3k) = \cdots = s(2013k) = s(2014k).$$

Problem 2.

Find all polynomials $P(x)$ with real coefficients such that $P(2014) = 1$ and, for some integer c,

$$xP(x-c) = (x-2014)P(x).$$

Problem 3.

2014 points are marked over a circle. Over each of the segments whose endpoints are two of the 2014 points, a non-negative real number is written. It is known that for each convex polygon whose vertices are some of the 2014 points, the sum of the written numbers on its sides is less than or equal to 1. Determine the largest possible value for the sum of all written numbers.

Duration of the test: 4 and a half hours.
Value for each problem: 7 points.